

URČENÍ ROZMĚRŮ KRABICE O DANÉM POVRCHU A OBJEMU

Anotace

Výpočet rozměrů krabice se čtvercovou podstavou se zadaným povrchem a objemem s využitím soustavy rovnic a řešení kubické rovnice pomocí CAS. Aplikační úloha. Žáci řeší samostatně pod vedením učitele.

Autor

Jméno a příjmení: Miroslav Staněk
Pracoviště: SŠ André Citroëna Boskovice
E-mail: stanek@skolaac.cz

Informace o výukovém materiálu

- Typ materiálu: cvičení, aplikační úloha
- Škola: střední odborná škola – čtyřletý maturitní obor
- Ročník: 3., 4.
- Metody: individuální práce žáka pod vedením učitele

Zařazení

- Vzdělávací obor: Matematika a její aplikace
- Tematický okruh: Stereometrie
- Očekávané výstupy
 - aplikuje poznatky o tělesech v praktických úlohách, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání;
 - užívá jednotky délky a obsahu, provádí převody jednotek délky a obsahu;
 - užívá a převádí jednotky objemu;
 - užívá rovnic, nerovnic a jejich soustav k řešení reálných problémů, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání;
 - při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a zdroje informací;
 - pracuje s běžným základním a aplikačním programovým vybavením;
 - učí se používat nové aplikace.

Časová dotace

- Výuka: 15 minut (maximálně 30 minut)
- Příprava: 5 minut

Pomůcky, hardware a software

- Učitel: tabule, digitální zařízení s CAS systémem (stačí mobil a GeoGebra)
- Žák: sešit, psací potřeby, digitální zařízení s CAS systémem (stačí mobil a GeoGebra)

Zdroje

- <https://www.geogebra.org/?lang=cs>, 21. 7. 2022

Potřebné vstupní znalosti a dovednosti

Matematika

- vypočítá objem a povrch pravidelného čtyřbokého hranolu;
- řeší soustavu rovnic dosazovací metodou;
- dosadí do vzorce a vypočítá neznámou.

Digitální dovednosti

- zvládá základy práce s digitálními technologiemi.

Vzdělávací cíle

Matematika

- využije vztah pro výpočet objemu hranolu;
- využije a vhodně upraví s ohledem na zadání úlohy vztah pro výpočet povrchu hranolu;
- řeší soustavu rovnic dosazovací metodou.

Digitální kompetence

- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce;
- chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání.

Digitální dovednosti

- využije CAS k řešení kubické rovnice;
- je si vědom užitečnosti digitálních technologií při řešení problémů, které by se bez nich řešili jen obtížně.

Přínos využití digitálních technologií

Použití digitální techniky pro řešení složitějších rovnic.

Popis materiálu (vzdělávací aktivity)

Aplikační úloha. Výpočet rozměrů krabice se čtvercovou podstavou se zadaným povrchem a objemem s využitím soustavy rovnic a řešení kubické rovnice pomocí CAS. Běžná úloha řešitelná kdykoli v hodině. Záleží na učiteli, jakou formu výuky zvolí. Je vhodné, aby úlohu řešili žáci samostatně pod vedením učitele.

Úloha: Potřebujeme vyrobit krabici ve tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu o objemu 20 litrů a ploše použitého plechu bez čtvercového víka $0,4 \text{ m}^2$. Urči její rozměry.

Řešení úlohy



Pro objem platí: $V = a \cdot a \cdot v$

Pro plochu plechu platí: $S = 4 \cdot a \cdot v + a \cdot a$

Po dosazení zadaných hodnot převedených na dm dostaneme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.

$$20 = a \cdot a \cdot v$$

$$40 = 4 \cdot a \cdot v + a \cdot a$$

Řešíme dosazovací metodou: $v = \frac{20}{a^2}$

Po dosazení: $40 = 4 \cdot a \cdot \frac{20}{a^2} + a^2$

Upravíme: $a^3 - 40a + 80 = 0$

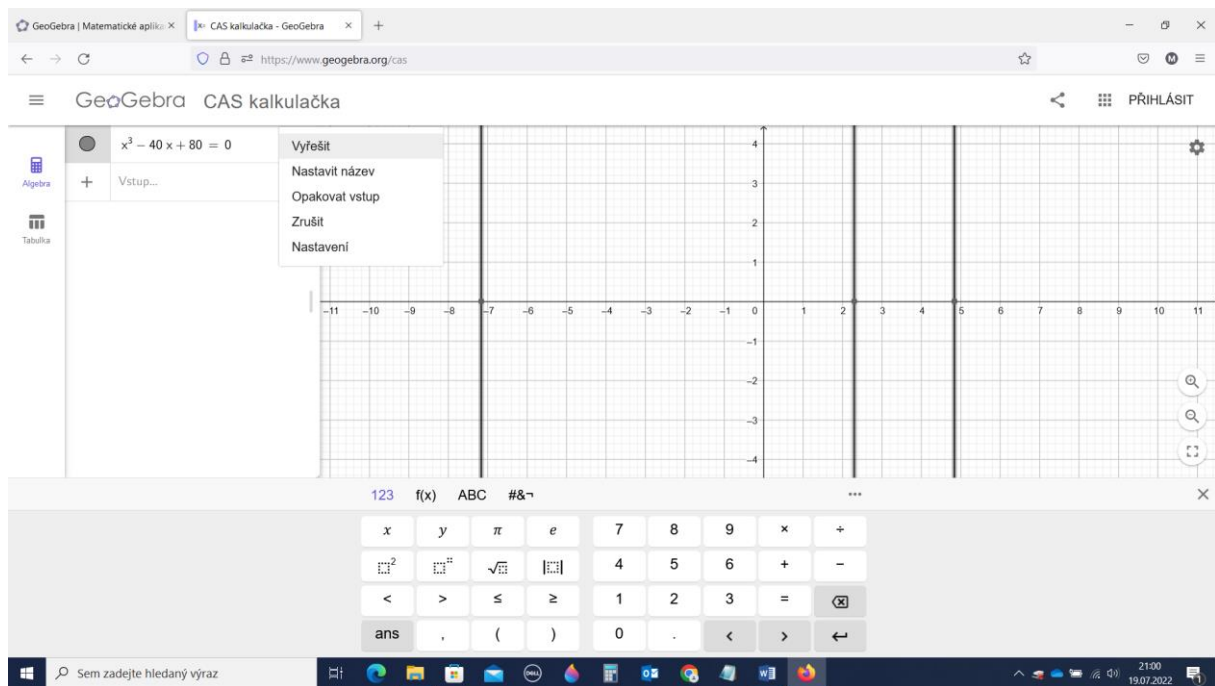
Kubickou rovnicí vyřešíme pomocí vhodného softwaru.

Je možné využít jakýkoli software, který je vhodný a který jsou žáci schopni použít. Zde použijeme volně přístupnou GeoGebrou.

Otevřeme prostředí GeoGebrou: <https://www.geogebra.org/?lang=cs>

Zvolíme: CAS kalkulačka

Zadáme rovnici: $x^3 - 40x + 80 = 0$



Zadáme vyřešit

Tři řešení:

$$x_1 = -7,154178890273$$

$$x_2 = 2,306934610292$$

$$x_3 = 4,847244279981$$

K úvahu připadají pouze kladná řešení. Dosazením do jedné z výchozích rovnic dopočítáme výšku krabice.

První řešení: $a_1 = 2,31$ dm $v_1 = 3,76$ dm

Druhé řešení: $a_2 = 4,85$ dm $v_2 = 0,85$ dm

Máme tedy dva rozměry krabice o zadaných parametrech.

Vhodné řešení problému bude záviset na účelu použití krabice.

Možno diskutovat vhodný účel použití takové krabice. Například výrobce chce distribuovat 20 litrů sypkého materiálu v obalu, který bude skladný a symetrický apod.

Metodická poznámka

Učitel může dle svého uvážení obohatit řešení o různé varianty a náměty k diskusi. Například místo řešení kubické rovnice je možné provést grafické řešení. Obě vstupní rovnice jako funkce zobrazit v GeoGebře a z průsečíků obou grafů najít přibližné hodnoty řešení.

Je možno stejným způsobem řešit spoustu podobných úloh pro jiné tvary těles.

Zkušenosti s použitím materiálu

Určeno pro žáky SŠ. Pravidelně realizováno v hodinách v maturitních oborech SOŠ, kdy se to jeví vhodné (jako aplikace matematiky či k opakování). Stačí umět matematiku a zkušenosti s CAS opravdu jen minimální. Ve schopné třídě dokonce nemusí učitel umět vůbec s CAS pracovat, žáci to zvládnou sami. Stačí je nasměrovat na CAS v GeoGebře či jiný software.

Další související materiály

Zatím žádné